

Matemàtiques II

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent té solució:

$$\left. \begin{aligned} x + (a - 1) \cdot y + 3z &= 1, \\ 3x + 2y + z &= -1, \\ -a \cdot x - y + z &= 1. \end{aligned} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas (o casos) en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. Donats els punts $A(0, 0, 0)$ i $B(1, 1, 2)$, determineu els punts C i D tals que el quadrilàter $ABCD$ sigui un rectangle en el pla $x + y - z = 0$ i la coordenada x del punt C valgui 1. Vegeu figura adjunta. (10 punts)



3. Considerem la funció $f(x) = e^{x-3} - x - 2$, per a $x \geq 0$. Calculeu-ne els seus extrems relatius (3 punts), donau-ne els intervals de creixement i decreixement (4 punts) i deduiu que si $x \geq 4$, $f(x) \geq -4$. (3 punts)

4. Feu un dibuix aproximat de les corbes $y = \sin x$ i $y = \cos x$, on $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, indicant els punts on es tallen (5 punts). Calculeu l'àrea del recinte limitat per les dues corbes anteriors i les rectes verticals $x = \pm \frac{\pi}{4}$. (5 punts)



Matemàtiques II

Model 1

OPCIÓ B

1. Calculeu la matriu \mathbf{X} tal que:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B},$$

on

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(10 punts)

2. Calculeu el punt simètric del punt $A(1, 1, 1)$ respecte del pla $\pi : x + y + 3z = 6$.

(10 punts)

3. Donau el triangle isòsceles de perímetre 9 cm que té àrea màxima. (10 punts)

4. Calculeu la integral indefinida següent: (10 punts)

$$\int \frac{2x^2 + x - 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx$$